

数学的リテラシーを発揮する生徒の育成 －創造的に数学を用いさせることを通して－

I 主題設定の理由

今日の変化や進歩が著しい現代社会は、新しい知識がかつてないほどの速さで増加している。そのため、先が読めず不確実性が高く、複雑さが増してきている。このような社会の中で、状況に応じて問題を見だし、自力で、あるいは多様な他者との協働を通して、創造的に考えることにより、解決策を生み出すことが求められている。そして、数学教育においては、数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見だし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力が求められている。これらは、本校数学科で考える、数学的リテラシー^{注1)}に合致している。また、清水氏（2008）によると、「『数学的リテラシー』という概念が、高度に情報化し、グローバル化した社会が、個人に対して養成する能力を明示するものとして位置づけられている。」¹⁾とあり、現代社会においても、その必要性が述べられている。

そのため、社会や日常における問題に対して、どのように数学として捉えればよいのか、どのように数学を用いて解決していけばよいのかという視点で考え、創造的に考察する力を育むことが必要となってくる。また、課題解決に使っている根拠が正しいのかや、どのような数学的な考え方が有効なのか、解決方法が筋道立てて考えられているのかを、批判的に考察する力が必要となってくる。そして、自分の解決方法を説明したり、他者の解決方法を聞いたりして、互いの解決方法を比較し検討するためには、コミュニケーションする力が必要となってくる。これらのことから、私たちは、前研究シリーズに引き続き、数学的リテラシーに着目していく。

前研究シリーズ「数学的リテラシーを育む数学科の授業－批判的思考を用いる活動を通して－」では、他者の考えに対して「課題解決に使われている根拠は何だろう」や「結論は正しいだろうか」といったことを意識して発表を聞く姿が見られ、批判的に考察する力が育まれたと考えることができる。しかし、複雑で見慣れない課題に出合った際に、既習の知識を課題や他の知識と関連付けることができず、どのように数学として捉えればよいのか、どのように数学を用いて解決していけばよいのか戸惑い、思いつくままやみくもに課題解決に取り組む姿も見られた。そこで、私たちは、解法が定まった定型的課題だけではなく、社会や日常における問題にも、数学的リテラシーを発揮することができるようにさせたいと考えた。OECD教育研究革新センターは、「学校は、複雑で見慣れない非定型的課題を解決できるように生徒を導かなければならないし、より優れた数学的な創造性と、より良い数学的なコミュニケーションを育成しなければならない」²⁾と述べている。このことから私たちは数学の授業において、よりよい問題解決を求めて、互いに数学的な表現でコミュニケーションを図り、創造的に数学を用いながら課題解決に取り組むことができるようにしていく必要があると考える。

以上のことから、研究主題を「数学的リテラシーを発揮する生徒の育成－創造的に数学を用いさせることを通して－」と設定し研究を進めることとした。

II 研究の概要

1 数学科が目指す生徒像

私たち数学科は、目の前の生徒たちが、変化や進歩が著しい現代社会を生き抜いていくために、

以下のような生徒を育てたいと考えている。

【数学科が目指す生徒像】

様々な問題を解決するために数学的リテラシーを発揮する生徒

「数学的リテラシーを発揮する生徒」とは、様々な問題を数学として捉え、数学を用いて解決をし、数学的な表現を用いて伝えていくことを通して、よりよい問題解決を目指す生徒である。数学の問題として捉えるためには、様々な視点をもってどのような問題なのかを柔軟に考えることが大切である。そして、捉えた問題を、解決をしていくためには、まず、その問題に含まれる情報を基にして、根拠として使えるような知識や有効と考えられる数学的な考え方は何かを考える。その上で、それらを組み合わせたり、視点を変えたりしながら様々な解決方法を生み出す。その後、生み出された解決方法を比較したり、筋道立てて考えられているかを検討したりする。これらのことを通して、解決策を導くことができる。

2 育みたい資質・能力

数学科で目指す生徒を育てるためには、次の資質・能力を育む必要があると考える。

- 創造的に考察する力
- 批判的に考察する力

創造的に考察する力とは、課題に含まれる情報を基にして、根拠として使えるような知識や数学的な考え方は何かを考え、それらを組み合わせたり、視点を変えたりしながら様々な解決方法を生み出し、解決策を導くことができる力である。また、批判的に考察する力とは、課題解決に使っている根拠が正しいのかや、どのような数学的な考え方が有効なのか、解決方法が筋道立てて考えられているのかを、振り返りながら考察することができる力である。これらの力は、共に数学的リテラシーを構成する力であり、批判的に考察する力は、創造的に考察する際、解決方法を吟味し、解決策を導く役割を果たす。

そして、これらの活動の源になるのは知識である。知識については、深い理解を伴う知識にするために、課題解決にどのような数学的な考え方が有効なのか批判的に考察し、数学的な考え方を再認識させることが必要であると考え。そして、この知識を用いて、課題に対して創造的に考察する力と批判的に考察する力を発揮することを、創造的に数学を用いることとする。なお、数学的リテラシーを構成する力の一つである、コミュニケーションする力については、育む必要はあるが、本研究の対象としない。

3 資質・能力を育むための手立て（資料1）

資質・能力を育むために、単元を幾つかの節に分け、その節の中に「課題をつかむ場」「課題を解決する場」「振り返る場」という三つの場を設定する。また、「課題を解決する場」において、課題に応じて、拡散的思考と収束的思考を働かせる場面を位置づける。そうすることで、生徒たちがそれぞれの場で、どのようなことを意識して学習を進めればよいか明確になり、それぞれの目的に応じた「メタ認知」を働かせることができると考える。

(1) 三つの場の設定

「課題をつかむ場」では、始めに、「節を通した問い」を教師が示し、課題解決をする際にどのようなことを考えるのかを確認する。次に、生徒たち一人一人が「どのような数学の知識が使えるのか」や「どのような方法で解決していけばよいのだろうか」などの疑問をもてるような課

題を教師が提示し、課題を把握させる。このような課題を通して、生徒たち自身が疑問をもち、課題解決に取り組むことができると考える。

「課題を解決する場」では、課題に合わせて個人やペア、グループで追究する時間をそれぞれ設定し、学習プリントに言葉だけではなく、式や表、グラフといった数学的な表現で自分の考えをまとめさせる。この場で、初めに、生徒一人一人に自分の考えをもたせることは、学級全体で発表する際に、他者と自分との考えとの共通点や相違点に気付きやすくなり、深い理解を伴う知識を獲得していくために有効であると考え。また、考えをもたせる際に、「何を使えばよいか」「どのように使えばよいか」「なぜ使うのか」といったことを意識させて課題解決に取り組みせ、ペアやグループでそれぞれの解決方法を比較し検討させながら、解決方法を考えさせる（「モニタリング」以下「M①」）。このようにして、解決方法を批判的に考察させる際に「課題を解決するためにどのような根拠や数学的な考え方を使えばよいのか」と生徒自身に問いかけさせることで、解決方法を吟味しながら課題解決を進めることができるようになると思える。

次に、考えをもつことができた生徒に自分の考えを発表させる。発表後、発表者以外の生徒たちに、発表された考えを聞いた上で、課題を解決するために用いた根拠や数学的な考え方について、「何を」「どのように」「なぜ」用いたかといったことを意識させ、つかんだことや疑問に思ったことをプリントに記述させる（「モニタリング」以下「M②」）。このようにして、課題解決の過程を批判的に考察させる際に、「課題を解決するために用いた根拠や数学的な考え方は何だろうか」と生徒自身に問い掛けさせることで、解決方法の中にある数学的な考え方の意図やよさを吟味しながら課題解決を進めることができるようになると思える。そして、プリントに記述した疑問を挙げさせ、その疑問を解決する中で、課題を解決するために用いた根拠や数学的な考え方の意図やよさを明らかにさせる。その際に、教師が数学的な考え方を採用したことを称賛し、数学的な考え方を価値付けすることで、生徒たちに数学的な考え方の価値を見出させる。そうすることで、生徒たちは用いられた数学的な考え方を再認識し、意図的に数学的な考え方を採用することができるようになると思える。

以上の活動を「課題を解決する場」で行うことによって、理解が深まった解決方法となり、他の課題においても意図的に数学的な考え方を採用することができるようになると思える。

「振り返る場」では、「課題を解決する場」で明らかになった課題を解決するために用いた根拠や数学的な考え方の意図やよさについて振り返らせ、「節を通した問い」を解決する上で大切なことを想起させる。その後、数学知識マップをかかせる（「深い理解を伴った知識を習得させるためのリフレクション・モニタリング」以下「RM」）。数学知識マップとは、言葉だけではなく、式や表、グラフといった数学的な表現を用いて、課題解決に用いる根拠や数学的な考え方のつながりを端的に表現したものである。また、つながりを表現する際は、ただ線で結ぶだけでなく、どのような関連があるのかを記述させる。このようにして、学習した知識を振り返る際に、既習の知識を課題や他の知識と関連付けさせることで、深い理解を伴った知識を習得させる。

(2) 拡散的思考と収束的思考を働かせる場面とメタ認知の促進

(1) の手立てに加え、単元の中に、複雑で見慣れない非定型的課題を解決する場面を設定し、拡散的思考と収束的思考を働かせる。

「課題をつかむ場」では、課題を把握させる際に、「数学を用いて解決するためにはどうすればよいですか」と投げ掛け、目的を明らかにさせる。そうすることで、目的を意識して、課題解決に取り組むことができると考える。

「課題を解決する場」では、課題に対して「根拠として使えそうなものは何か」や「どのような方法が使えそうか」、「これまで学んだことで関係しそうなものは何か」といったことを、数学知識マップを基に振り返りをさせる。その後、計画で立てさせた根拠や数学的な考え方を組み合わせたり、視点を変えたりしながら、「何を使えばよいか」「どのように使えばよいか」「なぜ使うのか」といったことを意識させて課題解決に取り組みせ、ペアやグループでそれぞれの解決方法を比較し検討させながら、解決方法を考えさせる。さらに、解決方法が見つけられている生徒には、「様々な解決方法を考えることができているか」と問い掛ける（「拡散的思考中のモニタリング」以下「拡M」）。このようにして、解決方法を導く際に、「解決方法を組み合わせたり、視点を変えたりしながら様々な解決方法を考えることができているか」を生徒自身に問い掛けさせることで、拡散的思考を適切に働かせることができると考える。

次に、考えをもつことができた生徒に自分の考えを発表させ、全ての解決方法に対して目的を意識させながら、批判的に考察させる。そして、全ての解決方法を確認した後、「発表された考えをもとに、この課題にふさわしい解決策を考えよう」と発問し、課題に対する解決策を考えさせる（「収束的思考中のモニタリング」以下「収M」）。このようにして、解決策を導く際に、「明らかになった解決方法に用いた根拠や数学的な考え方の意図やよさを用いた解決策は何だろうか」を生徒自身に問い掛けさせることで、収束的思考を適切に働かせることができると考える。

「振り返る場」では、始めに「数学知識マップ」を書かせる。その後、今回の課題を解決する上で、複数の解決方法について考えて、そこからもう一度課題を解いて解決策を導いた思考の過程を授業プリントや数学知識マップを用いて、振り返り、「拡散的思考」と「収束的思考」の有用性について、授業日記を記述させる（「拡散・収束的思考による課題解決後のリフレクション・モニタリング」以下「拡・収RM」）。このようにして、振り返る際に、拡散的思考と収束的思考の有効性を認識させることができると考える。

4 資質・能力が育まれたかの評価

資質・能力が生徒たちにどの程度育まれているかを、「単元レポート」の記述内容で見取り、評価指標を用いて評価する。また、学級全体の変容を捉えるための補助として、前単元までの評価において全体の傾向が顕著に表れている生徒を抽出生徒として設定し、「課題をどのように捉え、どのように考えたのか」や、「課題を解決する上で必要な根拠や、数学的な考え方をどのように使ったのか、なぜ使ったのか」を、「学習プリントの記述」や「数学知識マップ」、「授業日記」の記述から見取っていく。

5 研究の経緯

1年次では「モニタリング」と「リフレクション・モニタリング」の具体化をねらいとした。まず、「モニタリング」に関しては、拡散的思考を働かせるために、課題に関連する知識について可視化させることで、解決の基となる知識を生徒自身に引き出させることができた。また、個人やペア、グループでの話し合いを行って考えた解決方法を、学級全体で吟味させる際に、「何を」「どのように」「なぜ」という視点で批判的に考察させることで、深い理解を伴った知識を習得させることができた。しかし、「課題をつかむ場」、「考えをもつ場」、「練り上げる場」の三つの場の設定について、収束的思考を働かせる場面が曖昧になってしまい、解決策を導くことまで至らなかった。

次に、「リフレクション・モニタリング」に関しては、課題解決のあとで拡散的思考と収束的思考を振り返らせるために、書き出した知識を見直させることで、課題解決に必要であった知識や既存の知識のつながりを確認させる点で有効であったといえる。また、授業日記を書く際に、共通点

やつなかりをグループで導き出させたり、全体で共有したりした上で、授業日記に自分の言葉としてまとめさせることで、ねらいとしている知識について授業日記に表れやすくなり、より効果的に深い理解を伴った知識の習得につながったと考える。しかし、思考のための「リフレクション・モニタリング」としての目的では、十分な内容を書くことができず、生徒によっては、拡散的思考と収束的思考の有用性を実感できない姿も見られた。

2年次では、1年次の課題を受けて、まず、拡散的思考と収束的思考を適切に働かせられるように、場の見直しを図った。その結果、生徒たちにとって、この課題に対してはどのような思考を働かせることが有効なのか明確になり、新たな課題に出合った際にも、どのように思考を働かせていけばよいかに気付く姿が見られるようになってきた。次に、「振り返る場」の手立てを見直したことで、知識について振り返るのか、思考について振り返るのかが明確になり、目的に応じた「リフレクション・モニタリング」を行うことができるようになってきた。しかし、収束的思考を適切に働かせることができず、数学的な考え方の意図やよさを活かしかねないまま、教師側が意図していない解決策を導く生徒の姿も見られた。よって、今後は、拡散的思考と収束的思考を働かせることが有効な課題に更に取り組みせていくとともに、収束的思考を適切に働かせるための方法について更なる改善に取り組んでいく必要があると考える。

6 3年次のねらい

3年次では、2年次までの課題を受けて、収束的思考を適切に働かせられるように、拡散的思考と収束的思考を働かせる前に、課題解決の目的を話し合う活動に取り組む。また、目的に応じた「リフレクション・モニタリング」を働かせられるように、「振り返る場」において、授業プリントや数学知識マップを用いて、振り返りをさせる。さらに、拡散的思考と収束的思考を働かせることが有効な課題に取り組んでいく。以上のことを通して、資質・能力を育むための手立てとして有効であったかを検証する。

注1) 「様々な文脈の中で定式化し、数学を適用し、解釈する個人の能力であり、数学的に推論し、数学的な概念・手順・事実・ツールを使って事象を記述し、説明し、予測する力を含む。これは、個人が世界において数学が果たす役割を認識し、建設的で積極的、思慮深い市民に必要な確固たる基礎に基づく判断と決定を下す助けとなるものである」とPISA調査において定義されている。それを受け、長崎栄三氏は数学的リテラシーを4つの領域に分け、その中の「社会にとっての算数・数学」の領域の内容では、「創造的に考える力、批判的に考える力、コミュニケーションする力、情報を活用する力」³⁾に分類している。

引用文献

- 1) 清水美憲『今日的数学的リテラシー論からみた学校数学の現状と課題』科学教育研究 32巻4号, 2008年, 322ページ
- 2) OECD教育研究革新センター編『メタ認知の教育学 生きる力を育む創造的数学力』明石書店, 2015年, 19ページ
- 3) 長崎 栄三『現代社会における数学的リテラシーの構成・分析と教育的枠組』日本数学教育学会 2014年, 28ページ

参考文献

- OECD教育研究革新センター編『メタ認知の教育学 生きる力を育む創造的数学力』明石書店, 2015年
- 片桐重男『数学的な考え方の具体化と指導第1, 2, 3, 4巻』明治図書, 2004年
- 国立教育政策研究所『国研ライブラリー 資質・能力 理論編』東洋館出版社, 2016年
- 小寺孝幸・清水美憲著『世界をひらく数学的リテラシー』明石書店, 2007年
- C. ファデル・M. ビアリック・B. トリリング『21世紀の学習者と教育の4つの次元ー知識, スキル, 人間性, そしてメタ学習ー』北大路書房, 2016年
- 星野将直『数学教育とメタ認知的知識』考古堂, 2016年
- 森敏昭編著『認知心理学を語る3おもしろ思考のラボラトリー』北大路書房, 2001年
- L. トーブ・S. セージ『PBL学びの可能性をひらく授業づくり 日常生活の問題から確かな学力を育成する』北大路書房, 2017年
- 渡邊光太郎『シンプルに結果を出す人の5W1H思考』すばる舎, 2017年

資料1 節における授業の流れとメタ認知の促進について

【節を通した問い】

【三つの場の流れ】

課題をつかむ場

疑問をもち、課題を把握する

課題を解決する場

(個人・ペア・グループ)

一人一人が自分の考えをもち、数学的な表現で考えをまとめる

【「モニタリング」以下「M①」】

「何を」「どのように」「なぜ」を意識して、ペアやグループでそれぞれの解決方法を比較し検討させながら、解決方法を考えさせる。

(全体)

課題を解決するために用いた根拠や数学的な考え方の意図やよさを明らかにするために、発表された解決方法について、つかんだことや疑問点を考える

【「モニタリング」以下「M②」】

「何を」「どのように」「なぜ」を意識して、つかんだことや疑問に思ったことをプリントに記述させる。

振り返る場

課題解決に用いた根拠や数学的な考え方の意図や

【「深い理解を伴った知識を習得させるためのリフレクション・モニタリング」以下「RM」】

既知の知識と課題, 他の知識を関連付けて数学知識マップにまとめる

【拡散的思考と収束的思考を働かせる場面】

【「拡散的思考中のモニタリング」以下「拡M」】

様々な解決方法を考えることができているか問いかける

【「収束的思考中のモニタリング」以下「収M」】

発表で明らかになった、解決方法の根拠や数学的な考え方をもとに、「課題を解決するのにふさわしいのはどれか」と意識してペアやグループ、全体で話し合いながら、解決策を導く

【「拡散・収束的思考による課題解決後のリフレクション・モニタリング」以下「拡・収RM」】

解決策を導いた思考の過程を振り返り、拡散的思考・収束的思考の有用性について授業日記に記述する